

## مواد إضافية - الفصل ٤

### — المقدمة —

هل أنت من الأشخاص الذين يتمنون وجود المزيد من الأمثلة والمناقشات والتعليقات في الأوصاف المختصرة المتعمدة للدروس؟ إذا كان الأمر كذلك، فقد جئت إلى المكان الصحيح! يحتوي هذا الملف على مواد إضافية لبعض الأنشطة من الفصل الرابع.

بالنسبة للألغاز، يتم تقديم العديد من الأمثلة للألغاز المحلولة، جنبًا إلى جنب مع تعليقات إضافية حول كيفية إنشائها. يعتمد برنامج الرياضيات العائلية المبكرة على فكرة أن الرياضيات المبكرة شيء يجب أن تفعله العائلة معًا، وإنشاء الألغاز لطفلك للقيام بها معك هو جزء مهم من تلك العملية. بمجرد أن تتقن كل لغز، يجب أن تجد أن معظم، إن لم يكن كل، الألغاز سهلة الإنشاء.

تحتوي العديد من هذه الألغاز على مستويات صعوبة مختلفة، وهناك العديد من الاقتراحات والأمثلة في الصفحات القادمة حول كيفية إنشاء تلك المستويات. ابدأ دائمًا بأبسط الألغاز. من الأفضل بكثير أن يختبر طفلك النجاح والفهم والمتعة مع الألغاز التي تكون سهلة قليلاً، بدلاً من أن يشعر بالإحباط والتشجيع من الألغاز التي تكون صعبة للغاية. بمجرد أن يبني طفلك الثقة والحماسة لنشاط رياضي، يكون هذا هو الوقت المناسب لدمج التحديات الأكبر ببطء. أيضًا، ليست كل الألغاز ممتعة للجميع، لذا لا تركز على الألغاز والأنشطة التي لا تبدو متصلة.

هذا ما ستجده في الصفحات التالية

- الفصل ٤ – المجاميع المحاطة
- الفصل ٤ – التنقل بين الجزر - التعويض
- الفصل ٤ – مثلثات الفرق والجمع
- الفصل ٤ – التنقل بين الجزر - العد بالتخطي
- الفصل ٤ – أصلها
- الفصل ٤ – التنقل بين الجزر بالأعداد الفردية والعشرات
- الفصل ٤ – ألغاز الشكل الفردي
- الفصل ٤ – مجموع المربع
- الفصل ٤ – هرم الجمع
- الفصل ٤ – التحقيقات

### — المواد القانونية —

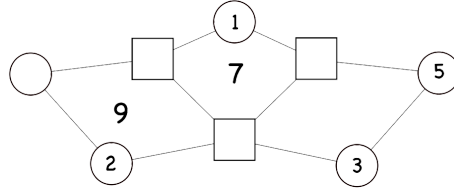
مجموعة من المواد التي يمكن للعائلات والمعلمين تحريرها، "Early Family Math" كل عائلة يجب أن تتاح لها الفرصة لتعلم الرياضيات والاستمتاع بها معًا. لهذا الغرض، تعتبر ترجمتها، نسخها، وتوزيعها بحرية، دون الحاجة إلى إذن، للاستخدامات غير التجارية فقط.

٢٠٢٤ الإصدار ١.٠ رخصة المشاع الإبداعي: النسب-غير التجاري ٤.٠ الدولية Early Family Math - Chris Wright حقوق الطبع والنشر ©

## الفصل ٤ – المجاميع المحاطة

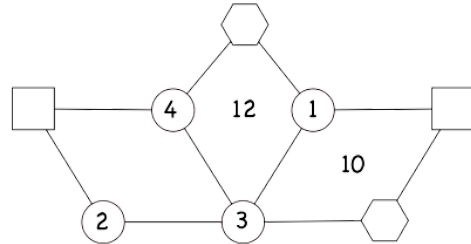
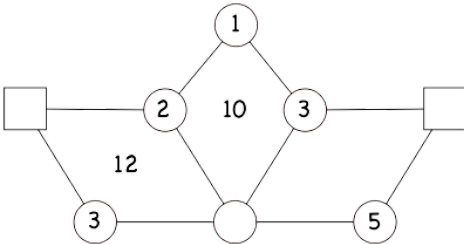
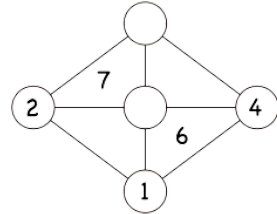
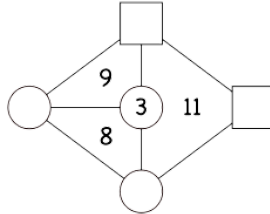
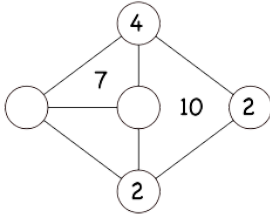
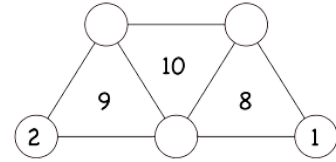
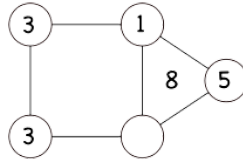
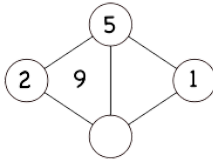
هذه الألغاز تحتوي على أشكال متصلة بخطوط. كل منطقة مغلقة تحتوي على رقم يمثل مجموع الأشكال التي تحدها. مشابهة لألغاز مجموع الأشكال في الفصل الثالث، يمكن أن تحتوي الدوائر على أي قيمة، ويجب أن تكون القيمة للشكل غير الدائري هي نفسها لأي شكل آخر من نفس النوع. على سبيل المثال، يجب أن تكون جميع المربعات لها نفس القيمة وجميع السداسيات لها نفس القيمة. يمكنك اختيار إضافة قاعدة أن الأشكال غير الدائرية المختلفة يجب أن تكون لها قيم مختلفة - على سبيل المثال، يجب أن تكون للمربعات والسداسيات قيم مختلفة.

هدف طفلك في هذا اللغز هو اكتشاف الأرقام في الأشكال والمناطق التي لم تُقدّم لهم.



اصنع هذه الألغاز عن طريق رسم مخطط للدوائر وربما بعض الأشكال الأخرى. بعد ذلك، املأ جميع الأشكال بالأرقام واملأ المناطق المغلقة بمجموع الأرقام التي تحيط بها. وأخيراً، قم بإزالة بعض الأرقام.

كما هو الحال مع ألغاز مجموع الأشكال في الفصل الثالث، ابدأ بالألغاز البسيطة التي تحتوي على رقم أو رقمين مفقودين وتدرجياً انتقل إلى الألغاز التي تحتوي على أرقام أكثر مفقودة، ومناطق مغلقة أكثر بجوار بعضها البعض، واستخدام أكبر للقيم في المناطق غير الدائرية.



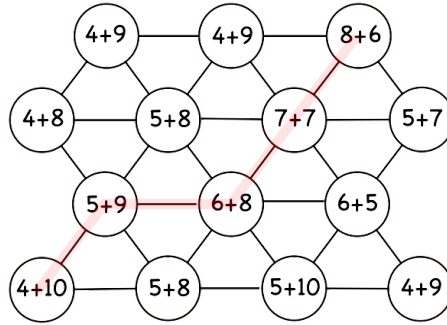
## الفصل ٤ – التنقل بين الجزر - التعويض

استخدام التعويض في الجمع هو وسيلة لجعل مسائل الجمع أسهل بكثير. الفكرة هي أخذ كمية من أحد الأرقام المضافة وإعطائها للرقم الآخر - النتيجة تبقى نفسها، لكن أحد الأرقام يصبح أسهل في التعامل معه.

على سبيل المثال، عندما تضيف  $7 + 8$ ، إذا أخذت ٢ من ٧ وأعطيتها للـ ٨، تصبح المسألة  $5 + 10$ . بدلاً من ذلك، إذا أخذت ٣ من ٨ وأعطيتها للـ ٧، تصبح المسألة  $10 + 5$ . في أي وقت يمكنك جعل أحد الأرقام مضاعفاً للعشرة، ستكون المسألة أبسط بكثير.

هذه الألغاز توفر ممارسة في إنشاء مسائل جديدة باستخدام التعويض. التحدي هو العثور على مسار يربط جميع الجزر بنفس الإجابة. يمكن فقط ربط جزيرتين إذا كانت أرقام مسأليهما تختلف بواحد. فقط بعض الجزر ستكون على المسار.

اصنع هذه الألغاز ببداية حوالي عشر جزر مع بعض الروابط. حدد مساراً من حافة الجزر إلى الأخرى. على طول هذا المسار، ضع مسائل تختلف عن بعضها البعض بواحد - ربما تبدأ بمسألة تتضمن إضافة ١٠، ثم قم بإجراء تنويعات عليها. في الجزر القريبة من المسار، ضع مسائل بتغييرات صغيرة لها إجابات مختلفة.

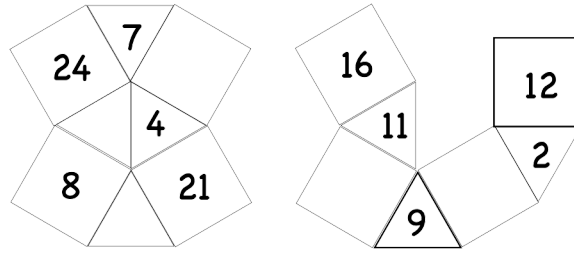


في الواقع، لا يوجد الكثير الذي يمكن فعله لتغيير صعوبة هذه الألغاز. إضافة مسارات زائفة ربما يؤدي إلى الارتباك بدلاً من التحدي، لذا فهي عموماً فكرة سيئة.

## الفصل ٤ – مثلثات الفرق والجمع

### – مثلثات الفرق (DiffTriangles) –

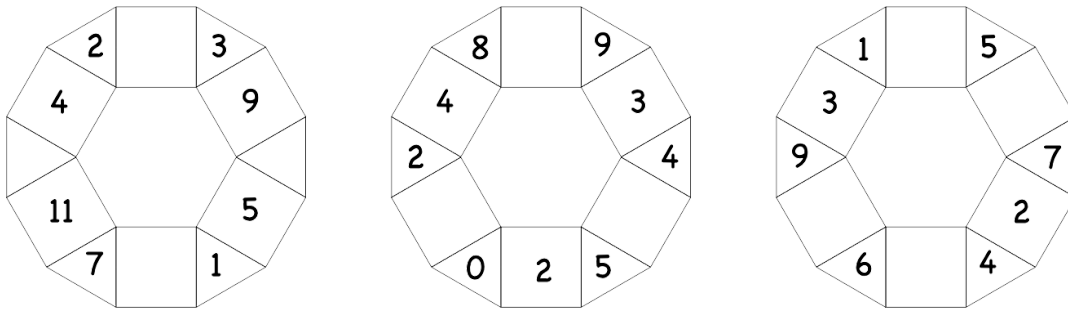
ألغاز مثلثات الفرق تحتوي على مثلثات ومربعات تتشارك جوانبها. يجب أن يحتوي المثلث دائماً على مربعين على جوانبه، والجانب المتبقي يحتوي إما على مثلث أو يكون فارغاً. الرقم في المثلث هو الفرق بين الرقمين في المربعين المجاورين له. التحدي هو ملء الأرقام المفقودة.



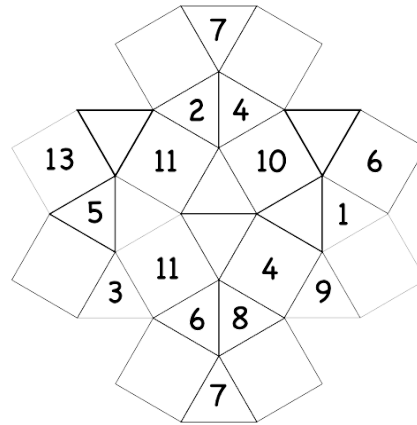
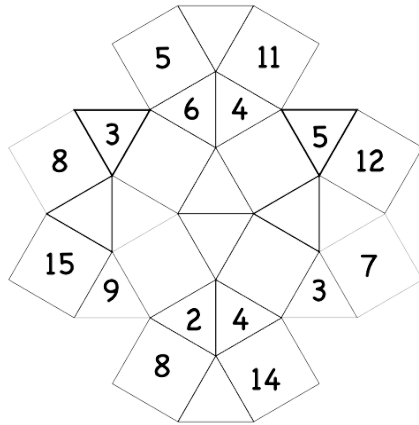
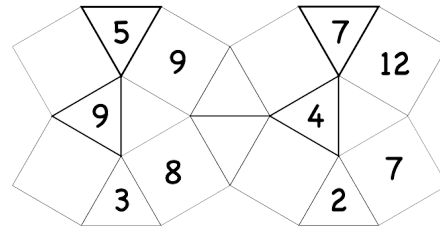
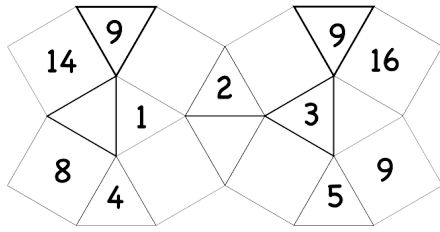
**إنشاء الألغاز** بدون حلقات سهل. ارسم تسلسلاً متبادلاً من المربعات والمثلثات، وضع الأرقام بدءاً من أحد الأطراف، ثم تقدم نحو الطرف الآخر. عندما تنتهي، أزل بعض الأرقام. إنشاء الألغاز بحلقات أو تفاعلات أكثر تعقيداً أصعب؛ ومع ذلك، فإن الجهد يستحق بعض الألغاز التحديّة!

قد يرغب في تجربة إنشاء بعض الألغاز الجديدة بنفسه عندما يشعر طفلك بالراحة مع هذه الألغاز. يجب أن يستمتع ويتعلم الكثير من خلال معرفة كيفية توافق الأرقام معاً.

**استراتيجيات الحل:** الأماكن الأولى التي يجب القيام بها هي أي مثلثات بين مربعين مملوءين. حالة سهلة أخرى هي مربع بجانب مثلث مملوء وله مربع أصغر مملوء بجواره - في هذه الحالة، لأننا لا نعمل بأرقام سالبة، هناك خيار واحد فقط لملء المربع الفارغ. الحالة الأكثر شيوعاً هي مربع له قيمتان محتملتان في اتجاه واحد، واثنان آخران في الاتجاه الآخر - عادة ما يكون هناك رقم واحد يتداخل في هذه الاحتمالات.

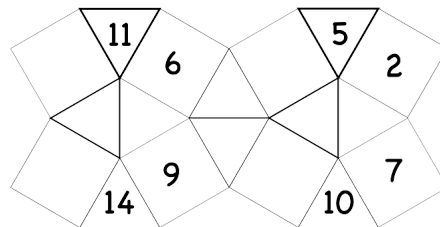
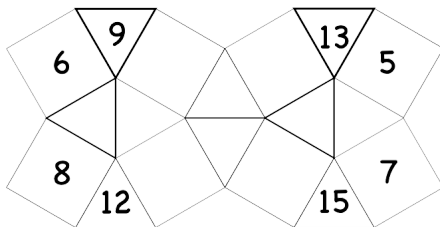
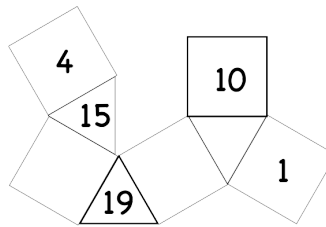
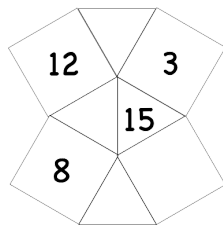


هنا بعض الأمثلة ذات الترابطات المتعددة



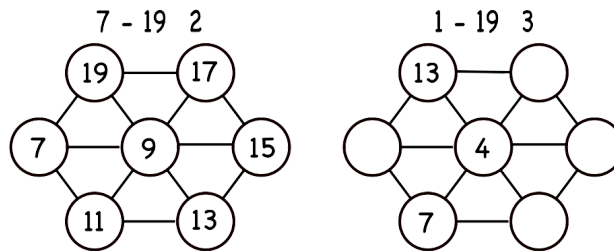
### — مجموع المثلثات (SumTriangles) —

ألغاز مجموع المثلثات تشبه ألغاز الفرق بين المثلثات (DiffTriangles)، لكن تستخدم الجمع بدلاً من الطرح. قيمة المثلث هي مجموع الأرقام في المربعات المجاورة له (إثنين أو ثلاثة مربعات). يمكن إنشاء هذه الألغاز باستخدام أساليب مشابهة لألغاز الفرق بين المثلثات. ألغاز مجموع المثلثات تكون عادةً أبسط في الحل من ألغاز الفرق بين المثلثات.



## الفصل ٤ – التنقل بين الجزر - العد بالتخطي

هذه الألغاز تحتوي على جزر (دوائر) متصلة بجسور (خطوط). في هذا الإصدار من التنقل بين الجزر، يتم إجراء الاتصالات عن طريق العد التخطي. تحتوي بعض الجزر على أرقام مكتوبة عليها وسيبدأ البعض الآخر فارغًا. فوق اللغز يكون هناك الرقم الابتدائي، الرقم النهائي، ومقدار العد التخطي. التحدي هو ملء الأرقام المفقودة والعثور على المسار. يمكنك أيضًا وضع الأرقام والفجوات على قطع من الورق على الأرض لعمل لغز التخطي.

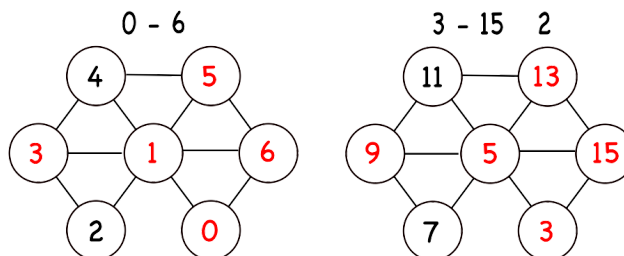


كما هو الحال مع نشاط العد التخطي، أنشئ الألغاز لممارسة العد للأمام أو للخلف بدءًا من مجموعة متنوعة من الأرقام، وليس فقط الأرقام التي تكون مضاعفات لمقدار العد التخطي.

إنشاء هذه الألغاز يشبه إنشاء ألغاز التنقل بين الجزر - العد من أوائل الفصل الثاني. قم بصنع الجزر أولاً، املا الأرقام الخاصة بالعد التخطي، اربط تلك الجزر بالترتيب الصحيح، ثم أضف بعض الروابط الإضافية لجعلها لغزًا. في الإصدار الذي تقدمه لطفلك، قم بإزالة بعض الأرقام مع ترك ما يكفي من الأرقام حتى يتمكن من استنتاج الحل.

يمكنك مراجعة استراتيجيات بناء الألغاز الموضحة في المواد الإضافية للفصل الثاني للتنقل بين الجزر - العد. أيضًا، إذا كنت لا تزال تحتفظ بأي من تلك الألغاز، فمن السهل جدًا تحويل أحد تلك الألغاز إلى هذا النوع. اليك اللغز التالي من الفصل الثاني. يتضمن العد من ٠ إلى ٦. الأرقام الحمراء هي التي سنترك عادةً عندما يتم تقديم اللغز لطفلك. لتحويله إلى لغز يبدأ من ٣ ويعد تخطيًا بمقدار ٢، ببساطة اضرب جميع الأرقام في ٢ ثم أضف ٣ إليها، كما هو موضح في الجدول أدناه. بعد ذلك، استبدل الأرقام الأصلية بالأرقام الجديدة (بالتعب مع ترك الأرقام الحمراء).

	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
Mult. by ٢	٠	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢
Add ٣	٣	٥	٧	٩	١١	١٣	١٥



## الفصل ٤ – أصلها

ابداً بشبكة ٤ × ٤ من الأرقام مع مجموع مستهدف. التحدي هو العثور على الإدخالات لإزالتها بحيث يكون مجموع الأرقام المتبقية في كل صف وعمود هو المجموع المستهدف. هناك إصدار بديل يستخدم مجموعات مستهدفة فردية لكل صف وعمود.

قم بإنشاء هذه الألغاز عن طريق وضع أزواج أو ثلاثيات من الأرقام التي تجمع إلى المجموع المستهدف. ثم املأ الأماكن المتبقية بأرقام خادعة. يمكنك جعل هذه الألغاز أكثر صعوبة عن طريق إدخال أزواج أو ثلاثيات بديلة من الأرقام التي تعمل جزئياً. إذا كان طفلك يستمتع بهذه الألغاز ولكنه يجدها سهلة جداً، يمكنك دائماً إنشاء ألغاز أكبر بحجم ٤ × ٥، ٥ × ٥، أو حتى أكبر.

تمت إضافة نجوم حمراء هنا لإظهار الإدخالات التي ستتم إزالتها لجعل الألغاز تعمل.

8

6	3	5	2
2	1	4	5
3	4	1	3
6	4	2	5

9

7	4	5	2
2	1	4	6
3	4	4	1
6	4	5	3

10

3	3	6	4
7	1	2	6
4	6	1	4
6	4	8	2

11

8	3	5	4
1	1	4	7
3	8	1	3
7	5	7	4

إليك لغزين باستخدام مجموعات مستهدفة فردية للصفوف والأعمدة.

6	3	7	8	16
2	1	4	5	9
3	4	7	3	10
5	6	3	5	11
11	9	18	8	

0	6	5	2	8
7	8	5	4	12
2	7	1	4	9
3	1	9	8	17
9	13	14	12	

## الفصل ٤ – التنقل بين الجزر بالأعداد الفردية والعشرات

يتم إعطاء شبكة مستطيلة من الأرقام مع ملء بعض الأرقام. التحدي هو ملء الأرقام المتبقية بحيث أن أي رقمين يشتركان في جانب واحد يختلفان فقط في مكان واحد، ويكون الفرق بين الأرقام في هذا المكان هو ١ (بما في ذلك الانتقال بين ٠ و ٩). لا يجوز استخدام أي رقم أكثر من مرة في الشبكة بأكملها. قد يكون الرجوع إلى مخطط ١٠٠ مفيداً للمبتدئين.

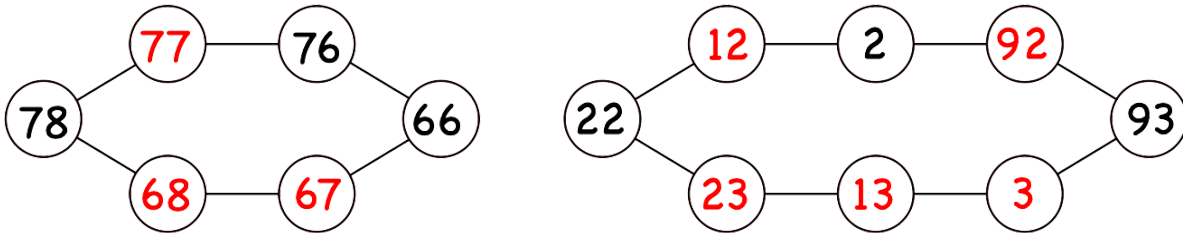
قم بإنشاء هذا اللغز عن طريق أخذ شبكة فارغة وملئها بالأرقام، دون تكرار أي رقم. بعد ذلك، قم بإزالة بعض الأرقام، مع التأكد من أنه ليس صعباً للغاية على طفلك. في هذه الأمثلة، الأرقام الحمراء هي الأرقام المفقودة.

57	67	66	56
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

باستخدام الأرقام من رقم واحد ورقمين فقط، لا يوجد الكثير من الصعوبة التي يمكن إدخالها. ومع ذلك، فهي تمرين ممتاز للتفكير في قيمة المكان. واحدة من النقاط التي قد تفاجئ طفلك هي الانتقالات مثل ٩٥ إلى ٥ إلى ١٥ أو ١١ إلى ١٠ إلى ٠ إلى ٩ - قد لا يدركون أن هناك صفراً في خانة العشرات للأرقام المكونة من رقم واحد وقد يتفاجؤون بارتباط ٠ و ٩.

الشبكات هي طريقة طبيعية لتقديم هذه المشكلات. ومع ذلك، يمكن أيضاً تمثيل الألغاز بنفس طريقة تمثيل الألغاز التنقل بين الجزر باستخدام الدوائر، وهذا التمثيل يسمح بمزيد من الحرية في إنشاء الألغاز.





## الفصل ٤ – ألغاز الشكل الفردي

### – مثلثات سحرية –

صنع مثلث من ست دوائر مع ثلاث دوائر على كل جانب. في الدوائر، استخدم كل الأرقام من ١ إلى ٦ مرة واحدة بحيث يكون مجموع كل جانب من جوانب المثلث متساويًا. يتضمن هذا تحديين - اكتشاف أي المجموعات تعمل ثم معرفة كيفية الحصول على تلك المجموعات. من الأفضل أن تدع طفلك يلعب بهذا ليكتشف أي المجموعات ممكنة، ولكن إذا سيطر الإحباط، فإن المجموعات الممكنة هي ٩، ١٠، ١١، و١٢.

إذا استمتع طفلك باكتشاف هذا، يمكن فعل ذلك أيضًا للمثلثات الأكبر. لمثلث بتسع دوائر مع أربع دوائر على كل جانب، المجموعات الممكنة هي ١٧، ١٩، ٢٠، ٢١، و٢٣.

كما هو الحال مع العديد من الألغاز لهذه الفئة العمرية، السبب الرئيسي لجعل طفلك يلعب بهذا هو تشجيعه على الاستمتاع باكتشاف كيفية تفاعل الأرقام مع بعضها البعض وممارسة حقائق الأرقام. لم يتطور لديهم بعد مهارات الرياضيات أو التفكير النظامي لاستكشاف هذه الألغاز بشكل منهجي. ومع ذلك، يمكن استكشاف هذه الألغاز بعمق أكبر، وهذه بعض الأفكار للتعمق إذا كنت أنت أو طفل أكبر مهتمًا.

ليكن SUM هو مجموع جانب واحد من المثلث. إذا جمعت الجوانب الثلاثة للمثلث، فسيكون المجموع  $3 \times \text{SUM}$ . ومع ذلك، فإن مجموع الجوانب الثلاثة سيكون أيضًا مجموع كل الأرقام بالإضافة إلى نسخة إضافية لكل زاوية من المثلث. ليكن C-SUM هو مجموع القيم في الزوايا الثلاثة. ننتهي بالعلاقة التي هي  $3 \times \text{SUM} = \text{C-SUM} + (\text{مجموع كل الأرقام})$ .

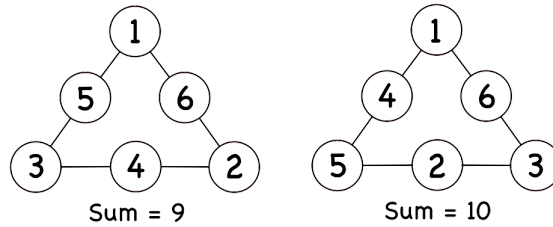
لغز الدوائر الست. طبق هذا على المثلث المكون من ست دوائر. مجموع كل الأرقام هو مجموع الأرقام من واحد إلى ستة، وهو ٢١. لذا تصبح المعادلة  $3 \times \text{SUM} + 21 = \text{C-SUM}$ . أصغر قيمة لـ C-SUM يمكن أن تكون  $1 + 2 + 3 = 6$ ، وأكبر قيمة يمكن أن تكون  $4 + 5 + 6 = 15$ . لذلك،  $3 \times \text{SUM}$  تكون بين  $6 + 21 = 27$  و  $15 + 21 = 36$ . هذا يجبر SUM على أن تكون ٩، ١٠، ١١، أو ١٢. لاحظ أيضًا أن  $3 \times \text{SUM} = \text{C-SUM}$ . - ٢١، مما يسهل العثور على الزوايا.

شيء آخر يجب ملاحظته هو تماثل القيم الممكنة. ما يسبب هذا التماثل هو أنه لكل حل، هناك حل آخر يتم إنشاؤه بطرح جميع الأرقام من ٧ (أو من ١٠ للغز التسع دوائر). بعض الحسابات ستوضح أن هذا التماثل يأخذ لغزًا بمجموع SUM ويخلق واحدًا جديدًا بمجموع  $(\text{SUM} - 21)$  (أو ٤٠ - SUM للغز التسع دوائر).

آخر شيء يجب ملاحظته قبل الخوض في الأرقام الفعلية هو أنه لأي حل للزوايا الثلاثة، يمكننا افتراض أنها في ترتيب تصاعدي بالاتجاه مع عقارب الساعة، مع الرقم الأصغر في الأعلى. إذا لم تكن في هذا التكوين في البداية، يمكنك تدوير أو قلب المخطط حتى تصبح كذلك.

كل هذه الملاحظات توفر الكثير من العمل. نحتاج فقط إلى النظر في SUM تساوي ٩ و ١٠، ونحتاج فقط إلى أن تكون الزوايا في ترتيب تصاعدي. إذا كان SUM هو ٩، فإن  $3 \times \text{SUM} = \text{C-SUM} = 27$ ، لذا الثلاثي هو ١، ٢، و ٣. إذا كان SUM هو ١٠، فإن  $3 \times \text{SUM} = \text{C-SUM} = 30$ ، لذا الثلاثي هو ١، ٢، و ٣. هذا يترك احتمالين - إما قيم الزوايا هي ١، ٢، و ٦، أو ١، ٣، و ٥. تجربة سريعة تستبعد احتمال ١، ٢، و ٦.

بعد الكثير من العمل، توصلنا إلى الحلول عندما يكون SUM يساوي ٩ و ١٠ للغز الدوائر الست. تذكر أنه يمكنك الحصول على الحلول عندما يكون SUM يساوي ١١ و ١٢ بطرح جميع الأرقام من ٧.



لغز الدوائر التسع: استخدم نفس النهج للغز الدوائر التسع. مجموع الأرقام من ١ إلى ٩ هو ٤٥. لذا،  $3 \times \text{المجموع} = 45$ ،  $45 + \text{مجموع القيم في الزوايا (C-المجموع)} = 24$ . أصغر قيمة لمجموع القيم في الزوايا (C-المجموع) يمكن أن تكون  $1 + 2 + 3 = 6$ ، وأكبر قيمة يمكن أن تكون  $7 + 8 + 9 = 24$ . لذا،  $3 \times \text{المجموع} = 6 + 45 = 51$  و  $24 + 24 = 48$ ، مما يجبر المجموع على أن يكون بين ١٧ و ٢٣. أخذ حل وطرح جميع الأرقام من ١٠ يعطي الزوج التالي من المجموع: ١٧ - ٢٣، ١٨ - ٢٢، ١٩ - ٢١، ٢٠ - ٢٠. لذا، الحلول مطلوبة فقط للأعداد ١٧، ١٨، ١٩، و ٢٠. القيم المقابلة لمجموع القيم في الزوايا (C-المجموع) هي ٦، ٩، ١٢، و ١٥.

**المجموع = ١٧ و C-المجموع = ٦:** بالنسبة لهذا، يجب أن تكون الزوايا ١، ٢، و ٣، وهذا يعمل.

**المجموع = ١٨ و C-المجموع = ٩:** بالنسبة لهذا، يجب أن تكون الزوايا إما ١، ٢، و ٦ أو ١، ٣، و ٥. لا يعمل أي منهما.

**المجموع = ١٩ و C-المجموع = ١٢:** هناك عدة احتمالات للزوايا، لكن التوليفات الوحيدة التي تعمل هي ١، ٤، و ٧ و ١، ٣، و ٧.

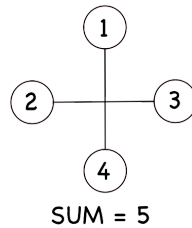
**المجموع = ٢٠ و C-المجموع = ١٥:** هناك العديد من التوليفات للزوايا، والعديد منها يعمل. اثنان يعملان هما ١، ٥، و ٩ و ١، ٢، و ٨.

## — تصميمات سحرية —

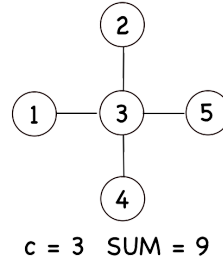
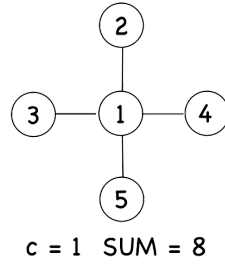
مشابهة للمثلثات السحرية، تحتوي هذه التصميمات على دوائر متصلة بنمط هندسي ومجموعة من الأرقام المرتبطة بها. ضع الأرقام في الدوائر بحيث يكون مجموع كل خط مستقيم من الدوائر المتصلة هو نفسه.

تحليل هذه الألغاز مشابه لما تم فعله للمثلثات السحرية. لنفترض أن المجموع هو المجموع المشترك الذي تشترك فيه كل الصفوف. ليكن  $c$  هو قيمة الدائرة الوسطى، للألغاز التي تحتوي على واحدة. ستكون الاستراتيجية العامة هي جمع كل الصفوف والتحقق في العلاقة التي تظهر. لاحظ أيضًا أنه، كما في حالة المثلثات السحرية، يمكن إنشاء حل جديد بطرح جميع الأرقام من واحد أكثر من أكبر رقم.

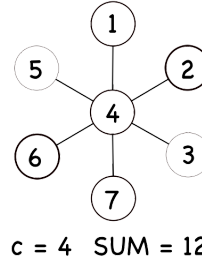
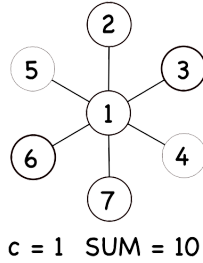
1. الأرقام من ١ إلى ٤ موجودة في شكل علامة زائد بدون دوائر مشتركة. مجموع الأرقام من ١ إلى ٤ هو ١٠، وهذا يتم تقسيمه بالتساوي بين الاتجاهين. لذا، المجموع = ٥ والإجابة سهلة.



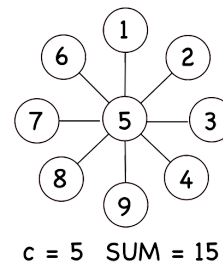
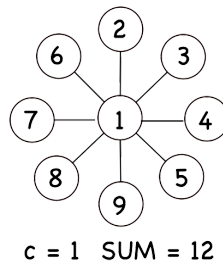
2. الأرقام من ١ إلى ٥ على شكل علامة زائد مع دائرة واحدة مشتركة في الوسط. مجموع الأرقام من ١ إلى ٥ هو ١٥. جمع الاتجاهين يعطي  $2 \times \text{المجموع} = c + 15$ . لأن  $c + 15$  يجب أن يكون زوجيًا، يمكن أن يكون  $c$  ١، ٣، ٥. احصل على الحل عندما يكون  $c = 5$  (المجموع = ١٠) من الحل عندما يكون  $c = 1$  عن طريق طرح جميع الأرقام من ٦.



3. الأرقام من ١ إلى ٧ في خطوط من ٣ دوائر مع دائرة واحدة مشتركة في الوسط. جمع الاتجاهات الثلاثة يعطي  $3 \times \text{المجموع} = c + 28$ . لأن ٣ تقسم بالتساوي  $c + 28$ ، يجبر هذا  $c$  على أن يكون ١، ٤، ٧. الحل لـ  $c = 1$  و ٤ موجودة.



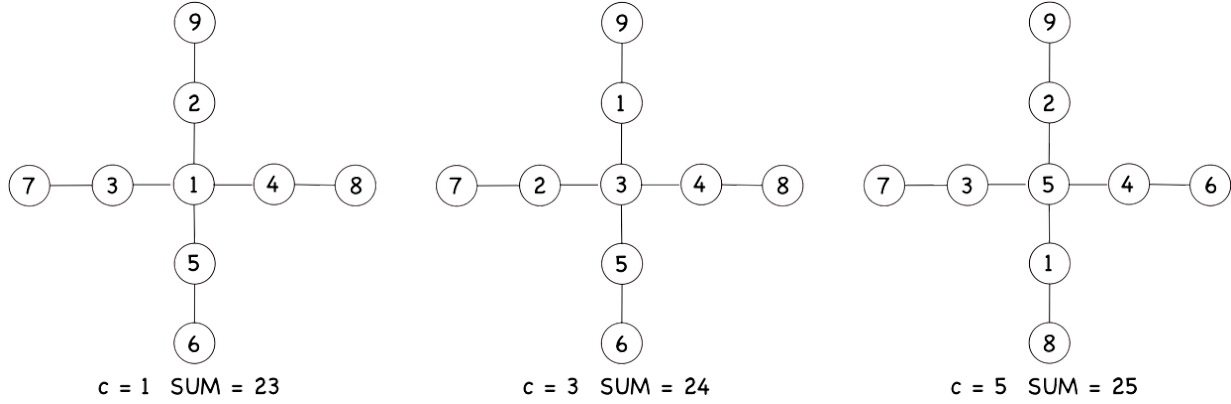
4. الأرقام من ١ إلى ٩ في خطوط من ٣ دوائر مع دائرة واحدة مشتركة في الوسط. جمع الاتجاهات الأربعة يعطي  $4 \times \text{المجموع} = c + 45$ . لأن ٤ تقسم بالتساوي  $c + 45$ ، يجبر هذا  $c$  على أن يكون ١، ٥، ٩.



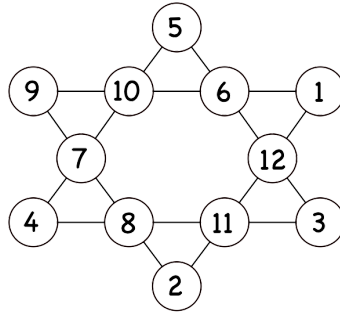
5. الأرقام من ١ إلى ٥ موضوعة في شكل L مع دائرة واحدة مشتركة في الزاوية. هذا يشبه في الواقع المشكلة رقم ٢، لذلك الحلول تكون متشابهة بشكل أساسي.

6. الأرقام من ١ إلى ٨ على شكل علامة زائد بدون دوائر مشتركة. الاتجاهان يقسمان بالتساوي ٣٦، لذا مجموع كل الأرقام،  $18 = \text{المجموع}$ . هناك العديد من الطرق لحل هذا بتقسيم مجموعة الأرقام إلى مجموعتين يبلغ مجموعهما ١٨. أحد الحلول هو ١، ٢، ٧، ٨، ٣، ٤، ٥، ٦، وآخر هو ١، ٣، ٦، ٨، ٢، ٤، ٥، ٧.

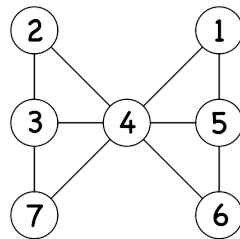
7. الأرقام من ١ إلى ٩ على شكل علامة زائد مع دائرة واحدة مشتركة في الوسط. جمع الاتجاهين يعطي  $2 \times$  المجموع  $= c + ٤٥$ ، لذا  $c =$    
 ١، ٣، ٥، ٧، ٩. الحلول لـ  $c = ١، ٣، ٥$  موجودة.



8. الأرقام من ١ إلى ١٢ في شكل نجمة. هذه تحتوي على ٦ اتجاهات لخطوط من ٤ دوائر. هذا أصعب بكثير من البقية. إذا جمعت كل الاتجاهات، سيكون كل رقم مشترك مرتين. الأرقام من ١ إلى ١٢ مجموعها ٧٨. وبالتالي لدينا  $6 \times$  المجموع  $= ٧٨ \times ٢$ ، مما يعني أن المجموع  $= ٢٦$  (كما هو مذكور في التلميح). الحل موجود أدناه. كما هو الحال دائماً، يمكن الحصول على حل آخر بطرح جميع الإدخالات من ١٣.



9. الأرقام من ١ إلى ٧ في شكل H - ٣ عمودياً على اليسار، ١ في المركز، ٣ عمودياً على اليمين. هناك ٥ خطوط ممكنة من ٣ دوائر متصلة. إذا جمعت الاتجاهات الخمسة، سيتم استخدام جميع الدوائر مرتين، باستثناء المركز الذي يستخدم ثلاث مرات. جمع الاتجاهات الخمسة يعطي  $٥ \times$  المجموع  $= ٢٨ \times c$ . لأن ٥ تقسم بالتساوي  $٥٦ + c$ ، يجبر هذا  $c$  على أن يكون ٤، وفي هذه الحالة المجموع  $= ١٢$  (كما هو مذكور في التلميح). لاحظ أن ٢ و ٣ لا يمكن أن يكونا على نفس الجانب مع ١، وهذا يؤدي إلى الحل التالي.



## الفصل ٤ – مجموع المربع

ابدأ بشبكة  $3 \times 3$  تحتوي على مجاميع مستهدفة لكل صف وعمود. بعض الأرقام من ١ إلى ٩ وضعت بالفعل في الشبكة. التحدي هو وضع الأرقام المتبقية بحيث تتساوى مجاميع الصفوف والأعمدة مع القيم المستهدفة.

لإنشاء أحد هذه الألغاز، ابدأ بوضع أوراق صغيرة بالأرقام من ١ إلى ٩ على شبكة  $3 \times 3$ . لكل صف وعمود، اكتب المجموع إلى اليمين أو أسفل. بعد ذلك، أزل بعض الأرقام من الشبكة. أخيرًا، قدم الأوراق التي أزلتها لطفلك واسأله "أين كانت هذه؟" نظرًا لأن هذه الألغاز سهلة الإنشاء، فهي رائعة لطفلك ليقوم بإنشائها لك لحلها.

يمكن تقليل المجاميع قليلًا باستخدام الأرقام من ٠ إلى ٨ بدلاً من ذلك. وتحدي أصعب هو القيام بنفس الشيء بالأرقام من ١ إلى ١٢ في شبكة  $4 \times 4$ ، أو حتى ١ إلى ١٦ في شبكة  $4 \times 4$ .

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

صنع اللغز الأصلي مع الأرقام المملوءة سهل بما فيه الكفاية. كما ذكر أعلاه، فقط ضع جميع الأرقام واكتب المجاميع. التحدي لصانع اللغز هو إزالة الكمية المناسبة من المعلومات بحيث يكون اللغز تحديًا ولكنه ليس صعبًا للغاية.

استراتيجيات الحل والإنشاء: ابدأ بملء المربعات التي تكون الأرقام الفردية المفقودة في صف أو عمود. اللغز الأيسر من هذه الألغاز الثلاثة سهل الحل لأن بعد ملء ٥ و ٧، يصبح من السهل حل ٣ و ٢، وأخيرًا سيكون من السهل ملء ٨ - حل كل عدد فردي ينشئ أعداد فردية جديدة يسهل حسابها.

الألغاز السهلة الحساب هي ممارسة جيدة لطفلك، لذلك لا تقلق بشأن جعل جميع الألغاز معقدة.

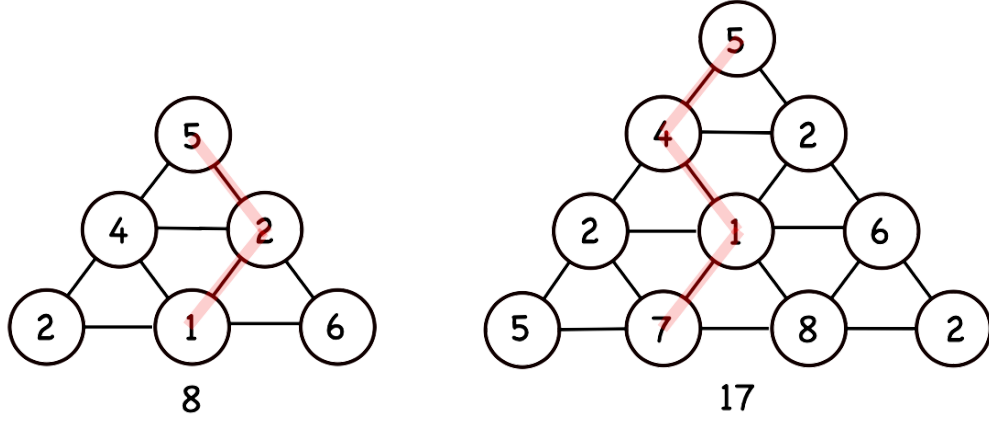
اللغز الأوسط أصعب قليلًا. لا توجد أعداد فردية. استراتيجية جيدة لهذه الألغاز هي البحث عن الصفوف أو الأعمدة التي تحتوي على مجاميع مفقودة كبيرة أو صغيرة بشكل خاص - سيكون لهذه خيارات قليلة نسبيًا. الصف السفلي والعمود الأيمن هما مكانان جيدان للبدء في هذا اللغز. الأرقام المفقودة في الصف السفلي تساوي ١٦، لذلك يجب أن تكون ٧ و ٩. لا يمكن وضع ٩ في العمود الذي يحتوي على ٦ (سيكون المجموع كبيرًا جدًا لذلك العمود)، لذا يمكن وضع ٧ و ٩. الباقي يتبع كما في اللغز السابق.

في اللغز الأيمن، يتم حذف اثنين من الأرقام الجانبية. بمجرد أن يدرك طفلك أن الأرقام الجانبية تساوي ٤٥، وهو مجموع الأرقام من ١ إلى ٩، يصبح من السهل ملء العدد الجانبي الفردي المفقود.

## الفصل ٤ – هرم الجمع

يتم إعطاء هرم من ١٠ أرقام موزعة على ٤ صفوف مع رقم مستهدف. التحدي هو العثور على مسار عبر الهرم باستخدام رقم واحد من كل صف بحيث يكون مجموع الأرقام هو الرقم المستهدف. يجب أن تلمس الأرقام على المسار بعضها البعض.

قم بإنشاء هذا اللغز عن طريق ملء الأرقام التي تريد تشكيل المسار بها، وسجل مجموع هذه الأرقام. ثم املا الأرقام الأخرى الخادعة في الهرم. يتضاعف عدد المسارات الممكنة عبر الهرم مع إضافة كل صف، لذا فإن إنشاء أهرامات أكبر هو وسيلة لتحدي الطفل الذي يجد لغز الأرقام العشرة سهلاً. بالنسبة للطفل الذي يجد لغز الأرقام العشرة صعباً، ابدأ بالأغاز الأرقام الستة حتى تصبح سهلة وسريعة الحل.



بالنسبة للأغاز الأكبر، يمكن أن يكون تحدياً لصانع اللغز لضمان وجود مسار صحيح واحد فقط عبر الهرم. لا تقلق كثيراً بشأن ذلك. حتى لو كان من الجيد أن يكون هناك مسار واحد فقط، سيستمتع طفلك بإظهار أن هناك أكثر من طريقة لحله.

## الفصل ٤ – التحقيقات

### – بتلات الزهور –

#### التحقيق

في حديقة سحرية هناك نوعان من الزهور. إحداها تحتوي على ٤ بتلات والأخرى تحتوي على ٧ بتلات. طلب من طفل قطف بعض الزهور بحيث يكون العدد الإجمالي للبتلات ١٣. هل يمكن القيام بذلك؟ ماذا عن ١٥ بتلة؟ لأي عدد من البتلات يكون ذلك ممكنًا؟ بالنسبة للأعداد التي يمكن تحقيقها، هل يمكن القيام بذلك بأكثر من طريقة؟ على سبيل المثال، ٣٢ بتلة يمكن أن تكون أربعة أزهار من نوع ٧ وواحدة من نوع ٤، وأيضًا يمكن أن تكون ثمانية أزهار من نوع ٤.

من خلال تجربة العديد من الأزواج من الأرقام، هناك الكثير من الأمثلة للتلاعب بها. لبعض الأزواج من الأرقام يأتي وقت تكون فيه جميع أعداد البتلات ممكنة، ولأزواج أخرى من الأرقام لا يوجد مثل هذا الوقت. بالنسبة لـ ٤ و ٧، كل عدد من ١٨ فصاعدًا يكون ممكنًا. بالنسبة لـ ٣ و ٦، لا يوجد نقطة بعد ذلك تكون جميع الأعداد موجودة.

ما هو النمط وما الذي يخلق هذا النمط؟ هذه هي الأسئلة التي تبرز في كثير من الأحيان، وهنا يحدث الكثير من الأمور المثيرة للاهتمام.

من الأسهل رؤية ما يحدث عندما يقسم عدد ما بالتساوي كلا الرقمين. خذ على سبيل المثال ٣ و ٦. فكر في هذه الأرقام كـ  $3 \times 2$  و  $3 \times 3$ . عندما تجمع هذه الأرقام معًا، ستحصل دائمًا على بعض الأعداد من ٣. لا يوجد طريقة لإضافة ٣ و ٦ للحصول على ١٠، لأن ١٠ ليس مضاعفًا لـ ٣.

عندما يكون ١ هو الرقم الوحيد الذي يقسم كلا الرقمين بالتساوي، سيأتي دائمًا وقت يمكن فيه الوصول إلى كل عدد. بالنسبة لـ ٤ و ٧، ذلك العدد هو ١٨. لإيجاد ذلك العدد، اطرح ١ من كل رقم من الأرقام واضرب الأرقام الجديدة. في هذه الحالة، يعطيك  $6 \times 3 = 18$ . جانب مثير آخر لهذا الوضع هو أن نصف الأعداد بالضبط أقل من ١٨ ستكون قابلة للوصول. تفسير لماذا يعمل هذا يتطلب بعض الرياضيات التي قد تكون معقدة قليلاً لطفل صغير؛ ومع ذلك، من الممتع اللعب مع هذه الحسابات وقد يكتشف طفلك هذه الأنماط بشكل مفاجئ لاحقًا.

### – تَسْلُقِ الدَّرَج – كم عدد الطُرُق –

#### التحقيق

افترض أن طفلك يحب أن يأخذ خطوات اثنتين في كل مرة أحيانًا، وخطوة واحدة في أوقات أخرى. إذا أراد طفلك الصعود على بعض الدرجات، فإن السؤال الطبيعي هو: كم عدد الطرق التي يمكن القيام بذلك بها؟

على سبيل المثال، لخطوة واحدة يوجد طريقة واحدة - تأخذ خطوة واحدة. لخطوتين، يمكنك إما أخذ خطوة مزدوجة واحدة أو خطوتين فرديتين.

يجب على طفلك عد العديد من الحالات بعناية وإنشاء جدول للنتائج. عندما يكون هناك الكثير من المعلومات، يساعد الجدول في تنظيمها والسماح للنمط بالظهور. سيبدو الجدول هكذا (حسنًا، قد يتطلب الذهاب إلى ما بعد الرقم ٦ صبرًا كبيرًا، ولكن ها هي الأرقام):

٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
١	١	٢	٣	٥	٨	١٣	٢١	٣٤	٥٥

بعد النظر إلى هذه الأرقام، قد يلاحظ طفلك أن كل زوج من الأرقام المتتالية يجمع إلى الرقم التالي. لماذا يحدث هذا؟ تُسمى هذه الأرقام بأرقام فيبوناتشي. القاعدة لإنشاء أرقام فيبوناتشي الرسمية هي أن كل رقم هو مجموع الرقمين السابقين. هذا يحدث أيضًا مع الخطوات. هم...

دعنا نلقي نظرة عن قرب على مثال واحد - لنقل ٥ خطوات. الاحتمالات الثمانية هي:  $١+١+١+١+١$ ،  $١+١+١+٢$ ،  $١+١+٢+١$ ،  $١+٢+١+١$ ،  $٢+١+١+١$ ،  $٢+١+٢$ ،  $٢+٢+١$ ، و  $٢+١+٢$ . الاحتمالات الخمسة الأولى تستخدم الرقم ١ كآخر خطوة، والاحتمالات الثلاثة الأخيرة تستخدم الرقم ٢ كآخر خطوة. هذا يفسر الأمر - يمكنك الصعود على ٥ خطوات إما بالصعود على ٤ خطوات وأخذ خطوة واحدة إضافية، أو بالصعود على ٣ خطوات وأخذ خطوتين إضافيتين. عدد الطرق للصعود على ٥ خطوات يساوي تمامًا مجموع عدد الطرق للصعود على ٤ خطوات بالإضافة إلى عدد الطرق للصعود على ٣ خطوات.

غالبًا ما نفهم الأنماط من خلال المرور بصبر عبر الأمثلة، وتنظيم البيانات، والنظر عن قرب في البيانات، والبحث عن تفسيرات لسبب حدوث الأشياء بالطريقة التي تحدث بها. هذا عادة جيدة لتطويرها في طفلك.

## — ميزان التوازن —

### التحقيق

ميزان التوازن هو جهاز بسيط لتحديد متى يكون لدى شيئين نفس الوزن تمامًا. يتم تزويد الميزان عادةً بمجموعة من الأوزان التي تُستخدم لقياس وزن الأشياء الأخرى. هناك العديد من التحقيقات المثيرة للاهتمام التي يمكنك القيام بها إذا قيدت الأوزان التي يُسمح لك باستخدامها.

**نوع واحد من الوزن:** افترض أن لديك الكثير من الأوزان، لكنها كلها من نفس النوع - على سبيل المثال، ٥ وحدات. في هذه الحالة، فإن الأشياء الوحيدة التي يمكنك وزنها بالضبط هي الأشياء التي تكون مضاعفة للرقم ٥ (تمامًا مثل العد التخطيطي بمقدار ٥).

**نوعان من الأوزان:** جانب واحد: افترض أن لديك الكثير من الأوزان التي تكون إما ٤ وحدات أو ٧ وحدات وتستخدمها فقط على جانب واحد من الميزان. الأشياء التي يمكنك وزنها هي نفس الأرقام التي وجدتتها في تحقيق بتلات الزهور. بالنسبة لـ ٤ و ٧، بدءًا من ١٨ وحدة يمكنك وزن كل شيء بالضبط. إذا كانت الأوزان ٤ وحدات و ٦ وحدات، يمكنك فقط وزن الأعداد الزوجية بدءًا من ٤.



نوعان من الأوزان - كلا الجانبين: بعد إجراء التحقيق باستخدام نوعين من الأوزان على جانب واحد، قد يفاجأ طفلك إذا طلبت منه وزن شيء يزن ٣ وحدات، أو حتى شيء يزن وحدة واحدة، باستخدام ٤ و ٧ وحدات. الخدعة هي وضع بعض الأوزان على جانب واحد وأوزان أخرى على الجانب الآخر. على سبيل المثال، تحقق من أن العنصر يزن ٣ وحدات بوضعه مع وزن ٤ وحدات ورؤية أنه يتوازن مع وزن ٧ وحدات. بالمثل، تحقق من أن العنصر يزن وحدة واحدة بوضعه مع وزن ٧ وحدات ورؤية أنه يتوازن مع وزن وحدتين من ٤ وحدات.

يوجد نظرية رياضية مهمة تُسمى نظرية بيزوت مخفية في هذا التحقيق. لا يحتاج طفلك إلى معرفة هذه النظرية في هذه المرحلة، ولكن أليس من الرائع أن يكون الطفل الصغير يلعب بالرياضيات المتقدمة!

مضاعفة الأوزان: ماذا يحدث إذا كان لديك وزن واحد لكل من الأوزان في تقدم المضاعفة ١، ٢، ٤، ٨، و ١٦؟ كم عدد الطرق التي يمكنك من خلالها وزن شيء يزن ١٣؟ ما هو أكبر وزن يمكنك قياسه؟

بعد بعض التحقيق، ستجد أنه يمكنك وزن كل شيء حتى واحد أقل من ضعف أكبر وزن - في هذه الحالة هو ٣١. أيضًا، يمكن وزن كل عنصر بطريقة واحدة فقط - على سبيل المثال،  $1 + 4 + 8 = 13$ ، ولا توجد طريقة أخرى للقيام بذلك. هذا رائع! هذا الوضع مرتبط بنظام الأرقام الثنائي.

أوزان فيبوناتشي: ماذا يحدث إذا كانت الأوزان في أرقام فيبوناتشي؟ هل هناك أكثر من طريقة لوزن بعض الأوزان؟ ابحث عن قيد يجعل هناك طريقة واحدة فقط لكل وزن.

افترض أن لديك وزن واحد لكل من الأوزان ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، و ١٣. بهذا،  $1 + 2 + 3 + 5 + 8 = 19$ ،  $1 + 1 + 3 + 5 = 10$ ،  $1 + 1 + 2 + 5 = 9$ ،  $1 + 1 + 1 + 5 = 8$ . ما يسبب التكرار هو أن قاعدة فيبوناتشي تخلق أكثر من طريقة لكتابة أرقام فيبوناتشي من حيث أنفسها - على سبيل المثال،  $1 + 1 = 2$  و  $3 + 5 = 8$ . الطريقة لحل هذه المشكلة هي الإصرار على أنه لا يمكنك استخدام رقمين من أرقام فيبوناتشي التي تكون جيران في التسلسل. عندما تضيف هذا القيد، الطريقة الوحيدة للحصول على ١٠ هي  $1 + 8$ .